

# Nelsonsche Stochastik - FAQ 2. Version

I. Schmelzer

November 6, 2008

## Abstract

Die Nelsonsche Stochastik ist eine klassische, realistische, stochastische Theorie. Sie macht dieselben Voraussagen wie die Quantentheorie. Sie ist, neben der Bohmschen Mechanik, mit der sie einiges gemeinsam hat, ein explizites Gegenbeispiel gegen die Behauptung, es gäbe keine klassisch-realistischen Interpretationen der Quantenmechanik (Theorien mit versteckten Variablen). Ein Vergleich dieser Theorie mit verschiedenen Theoremen, die diese Unmöglichkeit zu beweisen suchen, zeigt, dass die Voraussetzungen für die Anwendung dieser Theoreme (Einstein-Kausalität für die versteckten Variablen, Kontextunabhängigkeit) nicht gegeben sind.

Sie wird üblicherweise für Mehrteilchen-Schrödingertheorien definiert. Dabei darf jedoch nicht vergessen werden, dass Gitterregularisierungen von kanonisch quantisierten relativistischen Feldtheorien in dieses Schema passen können. Wir zeigen dies hier für den einfachsten Fall eines skalaren Feldes.

## 1 Definition

Die Nelsonsche Stochastik ist definiert für kanonische Quantentheorien. Vorausgesetzt wird hierbei ein klassischer Konfigurationsraum  $Q$  mit Koordinaten  $q^k$ , auf dem die Wellenfunktion  $\psi(q) \in \mathcal{H} = \mathcal{L}^2(Q)$  als komplexe Funktion definiert ist, sowie eine Schrödingergleichung der Form

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(q, t) = -\frac{\hbar^2}{2} m^{ij} \partial_i \partial_j \psi(q, t) + V(q) \psi(q, t). \quad (1)$$

Hierbei ist  $m^{ij}$  die inverse Matrix der Massenmatrix  $m_{ij}$  und  $V(q)$  ein reelles Potential.

## 1.1 Die Madelung-Darstellung der Schrödinger-Gleichung

Zuerst betrachten wir die folgende Polarzerlegung der Wellenfunktion

$$\psi(q, t) = \sqrt{\rho(q, t)} e^{iS(q, t)/\hbar}. \quad (2)$$

Dort, wo  $S(q, t)$  definiert ist, also  $\psi(q) \neq 0$  ist, wird die klassische Schrödinger-Gleichung nach Einsetzen, Division durch  $\psi$ , sowie Zerlegung in Real- und Imaginärteil zu

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \partial_i (\rho m^{ij} \partial_j S) = 0 \quad (3)$$

und

$$\frac{\partial}{\partial t} S + \frac{1}{2} m^{ij} \partial_i S \partial_j S - \frac{\hbar^2}{2} \frac{m^{ij} \partial_i \partial_j \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} + V = 0. \quad (4)$$

In umgekehrter Richtung ist die Sachlage noch einfacher: Wenn die Gleichungen (3) und (4) für Funktionen  $\rho(q, t)$ ,  $S(q, t)$  gelten, so gilt für die daraus nach (2) definierte Wellenfunktion  $\psi(q, t)$  die Schrödinger-Gleichung (1).

Die Kopenhagener Interpretation der Quantenmechanik besagt, dass  $\rho(q)$  die Wahrscheinlichkeitsdichte ist, mit der man das Quantensystem in der Konfiguration  $q$  findet, wenn die Konfigurationsvariablen  $q^i$  gemessen werden. Die erste Gleichung suggeriert die Einführung einer "Geschwindigkeit"  $v^i(q(t), t)$  im Konfigurationsraum  $Q$  durch

$$v^i(q(t), t) = m^{ij} \partial_j S(q(t), t), \quad (5)$$

wodurch sich die erste Gleichung als Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \partial_i (\rho v^i) = 0 \quad (6)$$

schreiben läßt. Aus Gleichung (4) erhalten wir durch Gradientenbildung folgende Gleichung für  $v^i$ :

$$\partial_t v^i + (v^j \partial_j) v^i = -m^{ij} \partial_j \left( V - \frac{\hbar^2}{2} \frac{m^{kl} \partial_k \partial_l \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \right) = -m^{ij} \partial_j (V + Q[\rho]), \quad (7)$$

wobei das Funktional

$$Q[\rho] = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{m^{kl} \partial_k \partial_l \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \quad (8)$$

in der Bohmschen Mechanik als "Quantenpotential" bezeichnet wird. Diese Darstellung der Schrödinger-Gleichung geht auf Madelung zurück. Sie ist

generell für die Betrachtung des Übergangs von der Quantenmechanik zur klassischen Mechanik nützlich. Sie verlässt den Rahmen der klassischen Quantenmechanik nicht.

Dies geschieht erst, wenn den Größen  $\rho(q)$  und  $v^i(q)$  eine physikalische Bedeutung als Wahrscheinlichkeitsdichte und Geschwindigkeit unabhängig von einer Messung zugewiesen wird.

Diesen Schritt geht sowohl die Bohmsche Mechanik als auch die Nelsonsche Stochastik. In beiden Theorien ist  $\rho(q)$  die Wahrscheinlichkeit, dass sich das System in der Konfiguration  $q \in Q$  befindet, unabhängig von jeder Messung.

Die Bohmsche Mechanik postuliert zusätzlich  $v^i(q)$  als deterministische Geschwindigkeit, mit der sich die Konfiguration  $q$  im Konfigurationsraum  $Q$  ändert.

## 1.2 Der stochastische Ansatz

Im Gegensatz dazu verwenden wir in der Nelsonschen Stochastik einen Ansatz, bei dem die Bewegung des Teilchens  $dq^i(t)$  durch einen deterministischen Driftterm  $b^i(q(t), t)dt$  und einen stochastischen Diffusionsterm  $dB_t^i$  beschrieben wird:

$$dq^i(t) = b^i(q(t), t)dt + dB_t^i \quad (9)$$

Hierbei ist  $B_t^i$  ein klassischer Wienerprozess (Brownsche Bewegung) mit Mittelwert 0 und Varianz

$$\langle dB_t^i m_{ij} dB_t^j \rangle = \hbar dt \quad (10)$$

Daraus folgt, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte  $\rho(q(t), t)$  eines solchen Prozesses die Fokker-Planck-Gleichung erfüllt:

$$\partial_t \rho + \partial_i (\rho b^i) - \frac{\hbar}{2} m^{ij} \partial_i \partial_j \rho = 0 \quad (11)$$

Die Herleitung der Fokker-Planck-Gleichung aus der Bewegungsgleichung ist Teil der klassischen Theorie stochastischer Prozesse. Für die mittlere Geschwindigkeit  $v^i$  ergibt sich daraus

$$v^i(q(t), t) = b^i(q(t), t) - \frac{\hbar}{2} \frac{m^{ij} \partial_j \rho(q(t), t)}{\rho(q(t), t)}. \quad (12)$$

Der hintere Teil

$$u^i(q(t), t) = \frac{\hbar}{2} \frac{m^{ij} \partial_j \rho(q(t), t)}{\rho(q(t), t)} = \frac{\hbar}{2} m^{ij} \partial_j \ln \rho(q(t), t) \quad (13)$$

ist die sogenannte “osmotische Geschwindigkeit”. Das ist die Geschwindigkeit, die die Diffusion ausgleichen würde, das heißt, für  $b^i(q) = u^i(q)$  wäre die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $\rho(q)$  stabil. Die Driftgeschwindigkeit  $b^i(q, t)$  ergibt sich somit aus der Summe der Durchschnittsgeschwindigkeit  $v^i(q, t)$  und der osmotischen Geschwindigkeit  $u^i(q, t)$ :

$$b^i(q(t), t) = v^i(q(t), t) + u^i(q(t), t). \quad (14)$$

Für die mittlere Beschleunigung ergibt sich

$$a^i(q(t), t) = \partial_t v^i + v^j \partial_j v^i - \frac{\hbar^2}{2} m^{ij} \partial_j \left( \frac{m^{kl} \partial_k \partial_l \sqrt{\rho(q(t), t)}}{\sqrt{\rho(q(t), t)}} \right) \quad (15)$$

Im hinteren Term erkennen wir das Bohmsche Quantenpotential wieder, welches sich also auf völlig natürliche Weise aus der klassischen Stochastik ergibt.

Jetzt postulieren wir für die mittlere Beschleunigung die klassische Newtonsche Gleichung

$$a^i(q(t), t) = -m^{ij} \partial_j V(q(t), t). \quad (16)$$

Einsetzen in die Gleichung für die Beschleunigung ergibt

$$\partial_t v^i + (v^j \partial_j) v^i = -m^{ij} \partial_j \left( V - \frac{\hbar^2}{2} \frac{m^{kl} \partial_k \partial_l \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \right) = -m^{ij} \partial_j (V + Q[\rho]), \quad (17)$$

während wir die Kontinuitätsgleichung aus der Gleichung für die Geschwindigkeit und die Fokker-Planck Gleichung erhalten:

$$\partial_t \rho + \partial_i (\rho v^i) = 0 \quad (18)$$

Damit haben wir fast das Gleichungssystem hergeleitet, aus welchem wir oben die Schrödingergleichung hergeleitet haben. Wir brauchen dazu nur noch die Hypothese, dass die mittlere Geschwindigkeit  $v^i$  dort, wo  $\rho > 0$  ist, eine Potentialströmung ist, also eine Funktion  $S$  existiert, so dass

$$v^i(q(t), t) = m^{ij} \partial_j S(q(t), t) \quad (19)$$

gilt. Ist dies der Fall, dann können wir die Wellenfunktion  $\psi(q)$  durch Gleichung (2) definieren und erhalten die Schrödingergleichung (1).

Den anfangs postulierten Driftterm kann man aus der Wellenfunktion wie folgt berechnen:

$$b^i = \frac{\hbar m^{ij}}{2\psi^* \psi} ((1+i)\psi \partial_j \psi^* + (1-i)\psi^* \partial_j \psi) \quad (20)$$

### 1.3 Singularitäten

Zur völligen Äquivalenz der Schrödingertheorie mit der Nelsonschen Stochastik fehlt etwas – der Fall, dass die Wellenfunktion Nullstellen hat. In diesem Fall ist die Funktion  $S(q, t)$  möglicherweise nicht definiert und nicht definierbar. Bereits eine Nullstelle als Knoten könnte zur Folge haben, dass die Funktion  $S(q, t)$  selbst außerhalb der Nullstellen nicht mehr eindeutig definierbar ist.

Außerdem wird schon für eine einfache Nullstelle der Wellenfunktion  $\psi(q) \approx q^k$  die Komponente  $u^k$  der osmotischen Geschwindigkeit singulär:

$$u^k \approx \partial_k \ln |q^k| = \frac{1}{q^k}. \quad (21)$$

Inwieweit ist dies für die Nelsonsche Theorie problematisch?

Betrachten wir Lösungen der Schrödingergleichung mit einfachen Nullstellen. Dies ist der Fall der allgemeinen Lage: Durch eine kleine Variation, beispielsweise Superposition mit einer mit genügend kleinem  $\varepsilon$  multiplizierten Lösung, können wir mehrfache Nullstellen beseitigen. Durch die Wellenfunktion eindeutig definiert ist, außerhalb der Nullstellen, ihre Phase  $\exp(iS(q)/\hbar)$ . Die Funktion  $S(q)$  ist (außerhalb der Nullstellen) nur modulo  $2\pi$  definiert. Dies ist für die Nelsonsche Stochastik unproblematisch, da eine direkte physikalische Bedeutung lediglich der Geschwindigkeit

$$v^i(q, t) = m^{ij} \partial_j S(q, t) = \Im(m^{ij} \partial_j \ln \psi(q, t)) \quad (22)$$

zugewiesen wird, die außerhalb der Nullstellen eindeutig definiert ist. Allerdings sieht man leicht, am Beispiel der einfachen Nullstelle  $\psi(z) = z$  im zweidimensionalen Konfigurationsraum  $Q = \mathbb{C}$ , dass die sich daraus ergebende Strömung nicht mehr global wirbelfrei ist. Dies ist sie lediglich lokal, an den Stellen, an denen die Wellenfunktion nicht Null ist. In der Null hat der Rotor eine Singularität, und die Strömung  $\psi(z) = z$  beschreibt einen singulären Wirbel um  $z = 0$  herum.

Die Singularitäten in den Geschwindigkeiten selbst sind ungefährlich: Sie tauchen an Stellen auf, an denen, da die Dichte  $\rho(q)$  dort zu Null wird, mit dieser Geschwindigkeit nichts mehr transportiert wird. Die singulären Anteile selbst transportieren nur Material aus der Region heraus (für die osmotische Geschwindigkeit  $u^i$ ) oder rotieren das dort schon vorhandene Material um die Singularität herum (für die mittlere Geschwindigkeit  $v^i$ ). Wenn wir die Gleichungen dahingehend regularisieren, dass zu hohe Geschwindigkeiten abgeschnitten werden, führt dies dazu, dass durch die osmotische Geschwindigkeit nicht mehr alles Material, welches von in diese Region fließt, abtransportiert werden kann, und die Nullstelle nicht mehr

aufrechterhalten werden kann. Damit geraten wir automatisch in den regulären Bereich der Gleichung, ohne Nullstellen der Dichte, allerdings mit einem nichttrivialen Wirbel, der im Bereich der ehemaligen Nullstelle lokalisiert ist.

Singularitäten einer Theorie sind jedoch immer ein guter Hinweis darauf, wo die Grenzen der Anwendbarkeit einer Theorie zu finden sind, wo also zu erwarten ist, dass die Voraussagen der Theorie falsch werden. Die Singularitäten der Nelsonschen Stochastik an den Stellen, an denen die Wellenfunktion zu Null wird, suggeriert daher, dass sich die Grenzen der Anwendbarkeit der Quantenmechanik im Bereich der Nullstellen der Wellenfunktion befinden könnten.

## 2 Relativistische Feldtheorie

Es wird oft behauptet, die Nelsonsche Stochastik sei, wie auch die Bohmsche Mechanik, eine nichtrelativistische Theorie. Auf ersten Blick scheint dies plausibel, da sie die klassische Schrödingergleichung ergibt.

Aus demselben Grund wird oft behauptet, die Nelsonsche Stochastik, wie auch die Bohmsche Mechanik, würden ein Teilchenbild voraussetzen, und seien damit für Betrachtungen auf dem Gebiet der Quantenfeldtheorie ungeeignet.

Beide Behauptungen sind falsch. Die Trajektorien, die in der Nelsonschen Stochastik, wie auch in der Bohmschen Mechanik, verwendet werden, sind Trajektorien in einem Konfigurationsraum  $Q$ , nicht in einem Ortsraum  $\mathbb{R}^3$ . Die einfachste Anwendung ist, sicherlich, ein Punktteilchen, in dem  $Q = \mathbb{R}^3$  ist. Aber schon die Mehrteilchentheorie braucht für  $n$  Teilchen den Konfigurationsraum  $Q = \mathbb{R}^{3n}$ , der nichts mehr mit dem Ortsraum zu tun hat. Und weder der Quantenformalismus noch der Formalismus von Nelsonscher Stochastik und Bohmscher Mechanik ist auf diese spezielle Wahl des Konfigurationsraums beschränkt. Jeder andere (verbundene) Raum  $Q$  ist, im Prinzip, geeignet für die Definition dieser Theorien. Die Konfigurationen müssen keineswegs Positionen von Punktteilchen sein.

Auch ist der Anwendungsbereich der klassischen kanonischen Quantisierung, die für die Nelsonsche Theorie vorausgesetzt wird, größer als man naiverweise annehmen könnte. Er umfasst keineswegs nur die nichtrelativistische Einteilchen- und Vielteilchentheorie. Auch relativistische Feldtheorien werden kanonisch quantisiert, das heißt, es wird, im Prinzip, dasselbe Schema verwendet wie in der Schrödingertheorie. Erforderlich ist lediglich eine Generalisierung für unendlich viele Freiheitsgrade: Der Konfigurationraum  $Q$  ist im Fall einer Feldtheorie ein unendlich-dimensionaler

Funktionsraum, die Wellenfunktion  $\psi(q)$  daher ein Funktional (also eine Funktion auf einem Raum von Funktionen).

Den technischen Schwierigkeiten, die mit dem Übergang zu einem unendlich-dimensionalen Konfigurationsraum verbunden sind, kann man jedoch ausweichen, indem man den unendlich-dimensionalen Raum der Feldkonfigurationen durch den endlichdimensionalen Raum der Feldkonfigurationen auf einem endlichen Gitter approximiert.

Für den einfachsten Fall eines relativistischen Feldes – das skalare Feld – sei dies hier vorgeführt. Der Konfigurationsraum der Feldtheorie ist der Raum der Funktionen  $Q = \{\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}\}$ . Die stochastischen Trajektorien  $q(t) \in Q$  sind Felder  $\phi(x, t) : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  in Raum und Zeit. Die Wirkung  $S$  ist definiert durch Lagrangefunktion  $L$  bzw. Lagrangedichte  $\mathcal{L}$  des skalaren Feldes:

$$S = \int dt L = \int dt \int dx^3 \mathcal{L}, \quad (23)$$

mit

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}((\partial_t \phi)^2 - (\partial_i \phi)^2) - V(\phi). \quad (24)$$

Wir betrachten nun ein Gitter im Raum (nicht jedoch in der Zeit), mit Knoten  $i = (i_1, i_2, i_3)$  in den Punkten  $x = (i_1 \Delta, i_2 \Delta, i_3 \Delta)$ ,  $0 \leq i_i \leq N$ . Die Indizes  $i_k$  betrachten wir als Elemente von  $\mathbb{Z}_N$ , was periodischen Randbedingungen entspricht. Der Raum der Gitterkonfigurationen ist somit  $Q = \{\phi : \mathbb{Z}_N^3 \rightarrow \mathbb{R}\}$ , und somit ein endlich-dimensionaler Raum mit den Koordinaten  $\phi(i) = \phi(i_1, i_2, i_3)$ ,  $i_k \in \mathbb{Z}_N$ . Die Lagrangefunktion des skalaren Feldes approximieren wir durch eine gewichtete Summe über die Werte der Lagrangedichte  $\mathcal{L}(i)$  in den Gitterknoten:

$$L = \sum_{i_1, i_2, i_3=0}^{N-1} \Delta^3 \mathcal{L}(i_1, i_2, i_3), \quad (25)$$

Die Lagrangedichte  $\mathcal{L}(i)$  selbst erfordert eine Approximation  $D_i$  für die in ihr verwendeten partiellen Ableitungen  $\partial_i$  in den Raumrichtungen:

$$\mathcal{L}(i) = \frac{1}{2} \left( \frac{d}{dt} \phi(i) \right)^2 - (D_i \phi(i))^2 - V(\phi(i)), \quad (26)$$

Welche konkrete Approximation hierbei verwendet wird, ist für die hier betrachteten Probleme egal. Beispielsweise könnten wir zentrale Differenzen verwenden:

$$(D_i \phi)(i) = \frac{1}{2\Delta} (\phi(\dots, i_i + 1, \dots) - \phi(\dots, i_i - 1, \dots)). \quad (27)$$

Ebenso gut sind jedoch auch einseitige Differenzen geeignet:

$$(D_i\varphi)(i) = \frac{1}{\Delta}(\varphi(\dots, i_i + 1, \dots) - \varphi(\dots, i_i, \dots)). \quad (28)$$

Unabhängig von der Gitterapproximation hat die Lagrangfunktion dieselbe formale Struktur wie die Lagrangefunktion einer klassischen Vielteilchentheorie, dass heißt, die Form

$$L = Q\left(\frac{dq}{dt}\right) + V(q), \quad (29)$$

mit einer positiv-definiten quadratischen Funktion  $Q(v)$  der Geschwindigkeiten und einem reellen Potential  $V(q)$  auf dem Konfigurationsraum. Dies ist aber genau die Form, von der wir bei der Definition der Quantentheorie ausgegangen waren. Damit ergibt sich aus dem hier angegebenen Schema automatisch eine Nelsonsche Theorie für diese Gitterapproximation.

Behauptungen, die Nelsonsche Theorie sei nicht für relativistische Felder generalisierbar, oder sei eine Theorie, welche ein Teilchenbild erfordere und somit nicht für Quantenfeldtheorien verallgemeinerbar ist, entbehren somit jeder Grundlage.

Komplizierter ist die Lage für den Bereich der Fermionen. Hier gibt es in der Standardtheorie keinen Raum klassischer Feldkonfigurationen  $Q$ , wie es ihn für das skalare Feld mit dem Funktionenraum  $Q = \{\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}\}$  gibt. Nichtsdestotrotz, auch dieses Problem ist lösbar – zumindest Doublets von Dirac-Fermionen können auch (allerdings nur zusammen mit einem bosonischen Partner, der allerdings automatisch eine große Masse erhält) durch kanonische Quantisierung erhalten werden, so dass man durch Verwendung des obigen Schemas auch eine Nelsonsche Theorie definieren kann. Siehe dazu [1].

## 2.1 Das bevorzugte Bezugssystem

Im Gegensatz zum Einwand, die Nelsonsche Stochastik sei im Bereich der relativistischen Feldtheorie ungeeignet, ist ein anderer, allerdings weitaus schwächerer, Einwand gerechtfertigt: Die Nelsonsche Stochastik verwendet im relativistischen Bereich ein bevorzugtes Bezugssystem. Dies ist für unsere obige Gitterapproximation völlig offensichtlich – wir haben hier, unter klarem Bruch jeglicher Symmetrie zwischen Raum und Zeit, nur im Raum diskretisiert.

Man könnte nun allerdings hoffen, dass dies nur ein Artefakt der Approximation ist, und in einer unendlich-dimensionalen Version der Nelson-Stochastik verschwindet. Doch auch ohne Gitterapproximation ist in unserer



Konstruktion noch genügend von einem bevorzugten Bezugssystem zu finden. Bereits der Konfigurationsraum  $Q = \{\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}\}$  ist ohne bevorzugtes Bezugssystem so nicht definierbar.

Hoffnungen, eine Version der Nelsonschen Stochastik ohne bevorzugtes Bezugssystem zu finden, braucht man sich jedoch auch aus einem anderen Grund nicht zu machen: Die Verletzung der Bellschen Ungleichung in der Quantentheorie und damit (beweisbar aus der Äquivalenz beider Theorien) auch für die Nelsonsche Stochastik.

### 3 Vergleich mit der Bohmschen Mechanik

Wir haben bisher weder durch unsere Zerlegung noch durch die Interpretation von  $\rho(q)$  den Rahmen der klassischen Quantenmechanik verlassen. Damit verlässt diese Interpretation den Rahmen der minimalen Interpretation der Quantenmechanik, da wir Geschwindigkeit und Ort nicht gleichzeitig messen können, weswegen Aussagen über die Geschwindigkeit eines Teilches  $v^i(q)$ , dessen Ort  $q^i$  bekannt ist, in der minimalen Interpretation nicht gemacht werden können.

Die Bohmsche Mechanik postuliert, dass  $v^i(q)$  die exakte Geschwindigkeit eines Teilches ist, wenn seine Position  $q^i$  ist. Sie ist deshalb eine deterministische Theorie.

In der Nelsonschen Stochastik hingegen ergibt sich  $v^i(q)$  lediglich als mittlere Geschwindigkeit. Allerdings hat die Nelsonsche Stochastik mehrere bedeutende Vorteile gegenüber der Bohmschen Mechanik, die die Nachteile des indeterministischen, stochastischen Charakters dieser Theorie deutlich überwiegen:

- Die Gleichungen der Bohmschen Mechanik sind qualitativ neue Gleichungen, die, ohne unabhängige Motivation, postuliert werden müssen. Im Gegensatz dazu ergeben sich die Gleichungen der Nelsonschen Stochastik aus einem klassischen stochastischen Ansatz – einem klassischen Wiener-Prozess mit Driftterm – ohne dass irgendwelche qualitativ neuen “Quantenpostulat” notwendig wären. Insbesondere braucht die Nelsonsche Stochastik kein “Quantenpotential” zu postulieren, der entsprechende Term ergibt sich automatisch aus der klassischen Stochastik.
- Die Bohmsche Mechanik braucht, um die Voraussagen der Quantentheorie zu erhalten, einen statistischen Zustand – das Quantengleichgewicht. Dieses Problem ist lösbar, allerdings ist die Lösung nicht leicht, und konzeptionell mit denselben Problemen konfrontiert wie die

Herleitung klassischer statistischer Thermodynamik aus den deterministischen mikroskopischen Gleichungen der klassischen Mechanik. Die Nelsonsche Stochastik hingegen ist von Beginn an eine statistische Theorie, eine Angleichung an ein “Quantengleichgewicht” ist in ihr nicht notwendig.

## 4 Zusammenfassung

Im Vergleich zur Bohmschen Mechanik ist vor allem die natürliche Erklärung des Quantenpotentialterms aus der Fokker-Planck Gleichung heraus faszinierend. Außerdem entsteht in der Nelsonschen Stochastik nicht das Problem der Angleichung an das Quantengleichgewicht.

Viele andere konzeptionelle Fragen (Realismus-Diskussion, Verhältnis zu Theoremen über die Unmöglichkeit von Theorien mit versteckten Variablen, Notwendigkeit eines bevorzugten Bezugssystems) stehen hingegen genauso wie in der Bohmschen Mechanik.

## References

- [1] I. Schmelzer, Canonical quantization for doublets of Dirac fermions, [ilja.schmelzer.de/papers/fermionquantization.pdf](http://ilja.schmelzer.de/papers/fermionquantization.pdf)